

Chapitre VI

INTERFÉRENCES LUMINEUSES.

Joël SORNETTE vous prie de ne pas utiliser son cours à des fins professionnelles ou commerciales sans autorisation.

*A noir, E blanc, I rouge, U vert, O bleu : voyelles,
Je dirai quelque jour vos naissances latentes :
A, noir corset velu des mouches éclatantes
Qui bombinent autour des puanteurs cruelles,*

*Golfes d'ombres ; E, candeurs des vapeurs et des tentes,
Lances des glaciers fiers, rois blancs, frissons d'ombelles ;
I, pourpres, sang craché, rire des lèvres belles
Dans la colère ou les ivresses pénitentes ;*

*U, cycles, vibrations divins des mers virides,
Paix des pâtis semés d'animaux, paix des rides
Que l'alchimie imprime aux grands fronts studieux ;*

*O, suprême Clairon plein des strideurs étranges,
Silences traversés des Mondes et
- O l'Oméga, rayon violet de Ses yeux !*

Arthur Rimbaud

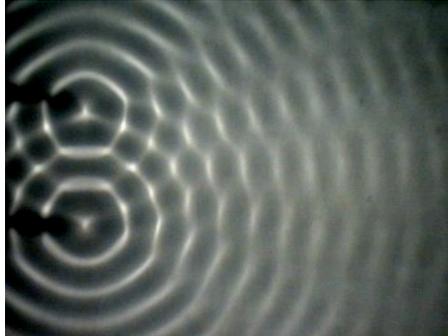
VI-1 Onde ou corpuscule ?

En 1675, NEWTON propose un modèle corpusculaire de la lumière ; en 1690, HUYGENS un modèle ondulatoire. Comment trancher ? En imaginant une situation où les deux modèles conduisent à des conclusions différentes et en concevant l'expérience qui réalise cette situation. En l'occurrence, en éclairant un écran avec deux sources lumineuses identiques. Si la lumière est formée de corpuscules, il y en aura deux fois plus et l'écran sera deux fois plus éclairé, bref rien de bien spectaculaire. Par contre si la lumière est onde, il peut se faire qu'en certains points, les ondes soient en opposition et s'annulent, bref que de la lumière plus de la lumière fasse du noir. Nous commencerons donc

par étudier un exemple d'ondes mécaniques pour dégager le phénomène qu'il s'agit de retrouver avec de la lumière, ce qu'a fait YOUNG en 1810.

VI-2 Interférences à la surface de l'eau.

Observons la photographie suivante :



On y devine l'ombre de deux pointes qui affleurent à la surface d'un récipient d'eau. Elles sont solidarisées et animées d'un même mouvement périodique ; elles génèrent donc deux ondes circulaires qu'on visualise nettement, mais ce n'est pas cela qu'il faut voir. En certains points de la surface, les ondes arrivent en phase et se renforcent, on dit qu'il y a des interférences constructives. En d'autres, les ondes arrivent en opposition de phase et s'annulent, on dit qu'il y a des interférences destructives. Comment voit-on ces points sur la photo ? L'appareil est juste à la verticale et la surface est éclairée par une lampe, sans doute à gauche, située en biais. La surface fait office de miroir. Là où elle est immobile, les rayons sont renvoyés symétriquement, donc en biais, et ne sont pas captés par l'appareil ; c'est ce qui se passe au niveau des six bandes sombres qu'on voit nettement et qui ont l'allure de droites convergentes (la suite prouvera qu'il s'agit de portions d'hyperboles, ici pratiquement confondues avec leurs asymptotes). Là où la surface est fortement agitée, la surface de l'eau peut être orientée de façon à renvoyer la lumière vers l'appareil, on voit donc des zones brillantes ; la structure périodique de l'onde fait que ces zones bien orientées sont disposées périodiquement ; c'est ce qui se passe entre les bandes obscures, dans d'autres bandes où s'alternent points brillants et points sombres.

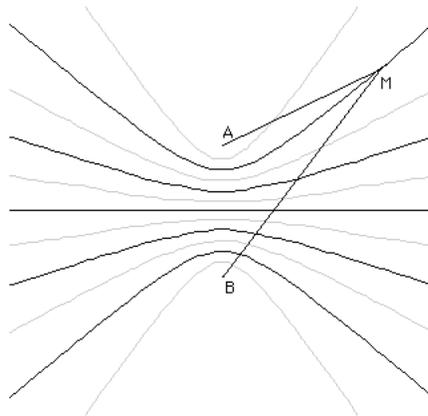
Cherchons à comprendre tout cela par un petit calcul.

Notons $a \cos(2\pi t/T)$ le mouvement commun aux points A et B . L'onde issue de A arrive en un point M avec un retard de phase $2\pi AM/\lambda$ avec $\lambda = cT$ comme nous avons appris à le calculer dans le chapitre précédent. L'amplitude réelle a vraisemblablement changé mais ne nous en occupons pas, ce n'est pas là l'essentiel. Disons qu'à son arrivée en M , cette onde est :

$$a \cos[2\pi (t/T - AM/\lambda)]$$

De même l'onde issue de B est, à son arrivée en M :

$$a \cos[2\pi (t/T - BM/\lambda)]$$



Leur déphasage est donc :

$$\varphi = 2\pi \frac{AM - BM}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

Il est d'usage d'appeler $\Delta = AM - BM$ la différence de marche et d'appeler ordre d'interférence le rapport Δ/λ .

On se convaincra aisément de l'encadré qui suit et on le considérera comme essentiel.

L'ensemble des points où les interférences sont constructives correspond à $\varphi = 2k\pi$ avec k entier, soit un ordre d'interférence entier, soit encore $\Delta = k\lambda$. De même, l'ensemble des points où les interférences sont destructives correspond à $\varphi = 2(k + 1/2)\pi$ avec k entier, soit un ordre d'interférence semi-entier, soit encore $\Delta = (k + 1/2)\lambda$.

L'ensemble des points tels que $|AM - BM| = C^{te}$ est une hyperbole¹ de foyers A et B . On a tracé avec Maple, dans le cas où $AB = 3\lambda$, valeur suggérée par la photo, les hyperboles correspondant à un ordre entier (en noir) et semi-entier (en gris) et on remarquera la belle concordance entre courbes calculées et courbes observées.

Voilà ici l'essence même de la physique. De l'expérience seule, c'est de la leçon de choses; du calcul seul, ce sont des mathématiques; les deux en synergie de la physique, de la vraie.

1. Le traité le plus important des mathématiciens grecs sur les coniques est l'oeuvre d'Appolonius de Perge, mathématicien alexandrin qui vivait au II^e siècle avant Jésus-Christ, qui écrivit 8 volumes sur le sujet.

VI-3 Le cas particulier de l'optique. Cohérence.

VI-3.a Nécessité du monochromatisme.

La période de la houle est de l'ordre de quelques secondes, il est dès lors aisé de suivre le mouvement de l'eau et d'observer d'éventuelles interférences. Grâce à un microphone et un oscilloscope, et parce que la période est de l'ordre de la milliseconde, on peut étudier l'amplitude du son et visualiser des interférences sonores. En optique, par contre, on ne peut pas mesurer l'amplitude car les périodes sont de l'ordre de 10^{-15} s ; la seule donnée accessible est l'intensité.

Commençons par étudier l'addition en un point M de deux ondes, l'une émise en un point A avec une amplitude $a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$, l'autre émise du point B avec l'amplitude $a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$. A leur arrivée en M , ces ondes ont subi un retard de propagation et leurs amplitudes, en notant $r_1 = \|AM\|$ et $r_2 = \|BM\|$, et leurs amplitudes complexes sont :

$$s_1(M, t) = a_1 \cos(\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1)$$

$$s_2(M, t) = a_2 \cos(\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2)$$

L'amplitude totale en est la somme et on passe à l'intensité avec la formule $I = 2 \langle s^2(t) \rangle$ (cf chapitre précédent) :

$$I(M) = 2 \left\langle [a_1 \cos(\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2)]^2 \right\rangle$$

$$I(M) = 2 a_1^2 \langle \cos^2(\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1) \rangle + 2 a_2^2 \langle \cos^2(\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2) \rangle + \dots \\ \dots 4 a_1 a_2 \langle \cos(\omega_1 (t - r_1/c) + \varphi_1) \cos(\omega_2 (t - r_2/c) + \varphi_2) \rangle$$

Les cosinus au carré ont une moyenne de 1/2, reportons et linéarisons le troisième terme :

$$I(M) = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \langle \cos((\omega_1 + \omega_2) t + \dots) \rangle + 2 a_1 a_2 \langle \cos((\omega_1 - \omega_2) t + \dots) \rangle$$

Il n'est pas utile de détailler l'argument des cosinus dont la moyenne est nulle. On a donc

$$I(M) = a_1^2 + a_2^2$$

La conclusion est double :

- $I(M)$ est une constante et il n'y a donc pas d'interférences.
- $I_1 = a_1^2$ est l'intensité qu'on aurait s'il n'y avait que la première onde et même chose pour $I_2 = a_2^2$. Il y a donc additivité des intensités ($I = I_1 + I_2$).

Le seul cas où cette conclusion soit fautive est lorsque $\omega_1 = \omega_2$ auquel cas le second cosinus obtenu par linéarisation ne dépend plus du temps. Retenons donc qu'une condition nécessaire (mais pas forcément suffisante) pour observer des interférences est qu'il faut travailler à une fréquence unique, donc à une longueur d'onde unique.

VI-3.b Nécessité de la cohérence.

Reprenons les calculs avec la même pulsation et profitons de l'occasion pour mener les calculs en notation complexe ; même si l'on reprend en fait les mêmes calculs, ça nous fera un entraînement. Pendant la durée des calculs, on pose $\Phi_1 = \varphi_1 - \omega r_1/c$ et $\Phi_2 = \varphi_2 - \omega r_2/c$

$$\underline{s}_{tot} = a_1 \exp[j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[j(\omega t + \Phi_2)]$$

$$\begin{aligned} I_{tot} = \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \\ \{a_1 \exp[j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[j(\omega t + \Phi_2)]\} \times \\ \{a_1 \exp[-j(\omega t + \Phi_1)] + a_2 \exp[-j(\omega t + \Phi_2)]\} = \\ a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \end{aligned}$$

soit en reportant $I_1 = a_1^2$ et $I_2 = a_2^2$ et les expressions de Φ_1 et Φ_2 et en introduisant la différence de marche $\Delta_M = r_2 - r_1$:

$$I_{tot}(M) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \omega \Delta_M/c)$$

ou encore, puisque $\omega/c = 2\pi f/c = 2\pi/c T = 2\pi/\lambda$

$$I_{tot}(M) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi \Delta_M/\lambda)$$

Au vu de ce résultat, on devrait donc observer des interférences dès qu'on éclaire un écran avec deux sources monochromatiques de même longueur d'onde. On devrait, ...mais on n'observe rien ! Si l'on éclaire un tableau noir avec deux ampoules électriques, personne n'y a jamais vu d'interférences. Pourquoi ?

La réponse réside dans le processus d'émission de la lumière : une source lumineuse n'émet pas et nous l'avons déjà entrevu, une sinusoïde éternelle mais une succession de trains d'onde séparés par des intervalles de repos (petit schéma au tableau et en marge). Mathématiquement, on peut présenter les choses en disant que φ_1 et φ_2 changent régulièrement et prennent à chaque changement de train d'onde une valeur parfaitement aléatoire. Or pour les sources usuelles, la durée d'un train d'onde est certes grande devant la période (de l'ordre de 10^{-15} s, avons nous vu) mais reste très petite devant le temps d'intégration des récepteurs (puisque une moyenne cache une intégration). Avec une lampe spectrale, la durée d'un train d'onde est de l'ordre de 10^{-11} s et pendant le temps d'intégration (0,1 ms à 1 s des récepteurs les plus rapides aux plus lents), $\varphi_1 - \varphi_2$ varie plusieurs millions de fois et le cosinus prend des valeurs tantôt positives, tantôt négatives et, statistiquement, sa moyenne est nulle et l'on retrouve donc l'additivité des intensités. On dit que les sources sont incohérentes. Rappelons que ce problème est typique de la lumière, il ne se pose pas ni pour la houle, ni pour le son, ni même pour les ondes radio dont les trains d'onde sont plus longs.

Comment donc observer des interférences lumineuses ? C'est simple sur le papier : rendre les sources synchrones, c'est-à-dire faire en sorte que, pour chaque train d'onde, on ait $\varphi_1 = \varphi_2$. La seule façon pratique est de permettre

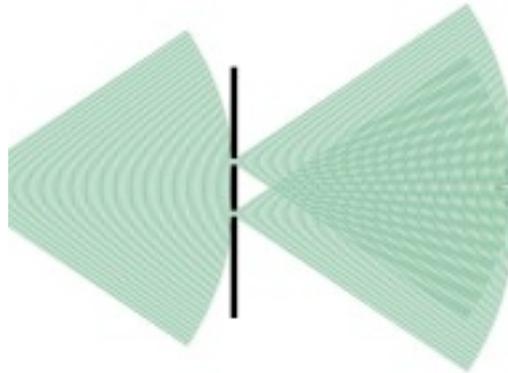
à l'aide d'un dispositif optique, appelé diviseur d'onde, qu'une même source envoie vers chaque point M de l'écran deux rayons suivant deux chemins différents, ou ce qui revient au même, qui forme de la source unique deux images différentes. On réalise ainsi deux sources dites cohérentes et l'on a alors :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi \Delta_M/\lambda)$$

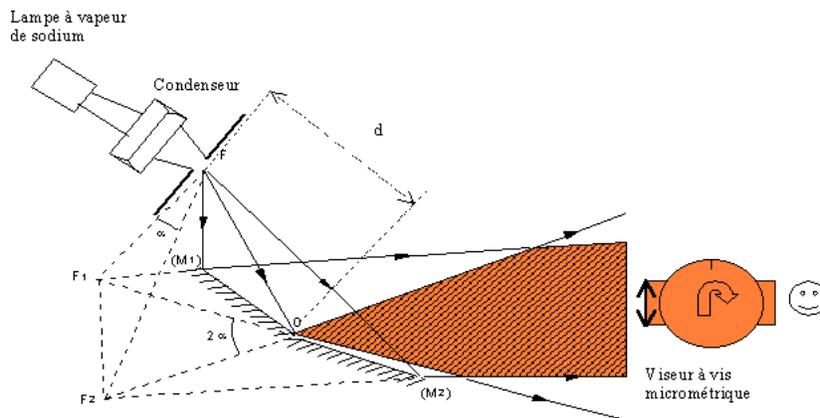
VI-3.c Quelques dispositifs historiques.

La connaissance de ces dispositifs n'est pas exigible ; on les cite ici pour mémoire et on les étudiera en exercice.

Le premier est le dispositif des trous d'YOUNG, le plus simple, mais le moins lumineux. Il utilise le fait que, lorsqu'un faisceau lumineux traverse un tout petit trou, il ressort en un faisceau fortement élargi qui semble provenir du trou ; on dit que la lumière diffracte (ce phénomène sera étudié dans le prochain chapitre). Les deux trous se comportent comme deux sources cohérentes.



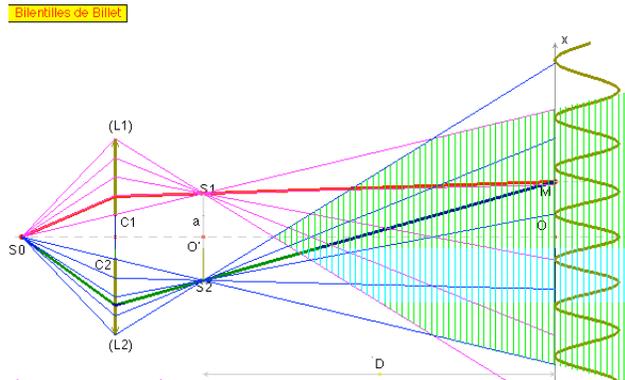
Bien sûr ce n'est que dans la zone où les deux faisceaux issus de deux trous se superposent qu'ont lieu les interférences ; cette zone s'appelle le *champ d'interférences*.



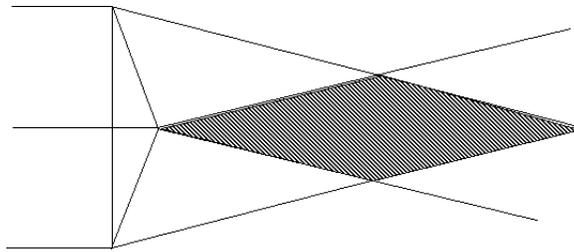
Les miroirs de FRESNEL sont deux miroirs rectangulaires, accolés par l'un de leur côtés et dont les plans font un tout petit angle ; ils sont éclairés en lumière presque rasante. Ils forment deux images de la même source qui servent

de sources cohérentes. Sur le schéma ci-dessous, on a visualisé les deux faisceaux qui émergent des deux miroirs et tracé le champ d'interférences.

Les bidentilles de BILLET sont obtenues en sciant une lentille selon un plan passant par son axe optique et en décalant les deux moitiés latéralement, selon le schéma.



Enfin, le biprisme de FRESNEL consiste en un prisme isocèle de petit angle, qu'on considère comme deux prismes rectangles isocèles accolés par leurs petits côtés. Chaque prisme dévie la lumière vers sa base selon le schéma.



VI-3.d Contraste.

L'ensemble des points où l'intensité est maximale correspond à Δ_M/λ entier ou à Δ_M égal à un nombre entier de longueurs d'onde. On dit que cet ensemble est une frange brillante. On a alors $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$.

De même on a une intensité minimale et des franges sombres pour des valeurs semi-entières de l'ordre et alors $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$.

Si I_{min} est nul, les franges sont bien visibles et on dit qu'on a un bon contraste. Si au contraire $I_{max} = I_{min}$, I est alors constant et on ne voit plus rien, on dit qu'on a un contraste nul. Pour chiffrer les choses on définit un contraste γ ou une visibilité V par la formule

$$\gamma \text{ ou } V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

ce qui définit un contraste compris entre 0 et 1 (ou 0% et 100 %).

On a ici :

$$\gamma \text{ ou } V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2 a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2}$$

Cela dit, sauf circonstances exceptionnelles, qui relèveraient d'un dispositif mal conçu, $a_1 \approx a_2$ et une simple application numérique montre que pour $0,5 < a_2/a_1 < 2$ le contraste reste supérieur à 80%, c'est-à-dire très bon alors que les extrémités de cet intervalle ($a_2/a_1 = 2$ ou $0,5$ relèvent d'un défaut de conception). Ce qui permet dans les exercices ou problèmes de se placer dans la situation idéalisée où $a_1 = a_2$.

VI-3.e Mise en place du formalisme.

Soit un écran dont les points M sont éclairés par deux sources S_1 et S_2 . La première question à se poser est : «sources cohérentes ou non ?» Si la réponse est non, on calculera les intensités qu'on obtiendrait avec la première source seule et avec la seconde seule et on les additionne. Même démarche dans toute situation de non-cohérence (deux longueurs d'onde par exemple). Si la réponse est oui (source unique et monochromatique), on procède comme suit :

1. On calcule la différence de marche $\Delta = [S_2M] - [S_1M]$ à partir des images de la source S unique, ou encore $\Delta = [SM]_2 - [SM]_1$, différence de marche entre les deux rayons partant de S et arrivant en M ; les deux méthodes donnent le même résultat et l'on choisit la mieux adaptée au problème.
Cette étape nécessite la connaissance du dispositif expérimental et c'est la seule. La suite est donc commune à tous les dispositifs.
2. On appelle \underline{s}_1 l'amplitude du premier rayon quand il arrive en M ; le second déphasé de $\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ a donc pour amplitude $\underline{s}_2 = \underline{s}_1 \exp(-j\varphi)$
3. Comme les sources sont cohérentes, on additionne les amplitudes soit $\underline{s}_{tot} = \underline{s}_1 (1 + \exp(-j\varphi))$
4. L'intensité en est le carré du module

$$I = \underline{s}_{tot} \underline{s}_{tot}^* = \underline{s}_1 \underline{s}_1^* (1 + \exp(-j\varphi)) (1 + \exp(j\varphi)) = 2 \underline{s}_1 \underline{s}_1^* (1 + \cos \varphi)$$

soit en notant que le maximum quand φ varie est $I_{max} = 4 \underline{s}_1 \underline{s}_1^*$

$$I = I_{max} \frac{(1 + \cos \varphi)}{2} = I_{max} \frac{(1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda}))}{2}$$

Il va de soi qu'il faut absolument savoir cela par cœur.

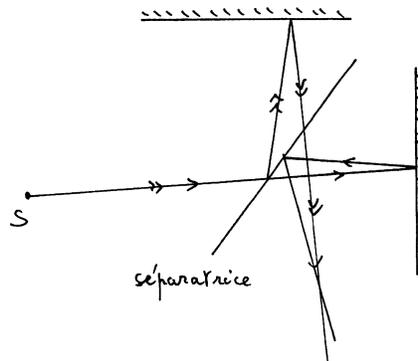
VI-4 Interféromètre de Michelson

VI-4.a Réduction à une lame ou un coin d'air

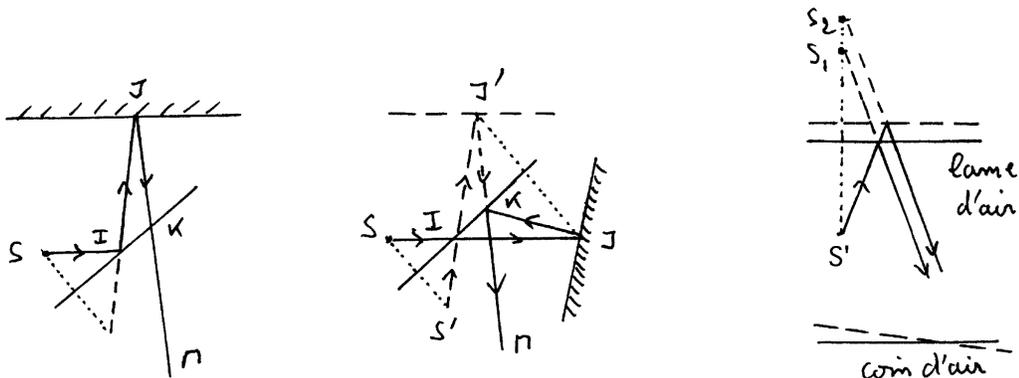
L'étude des dispositifs diviseurs d'onde utilisant des lentilles ou des prismes est hors programme ; on utilise en effet dans les laboratoires des dispositifs plus lumineux comme l'interféromètre de MICHELSON ou de FABRY-PÉROT.

Le premier sera du reste étudié dans un TP-cours spécifique. Contentons-nous d'en donner les grandes lignes dans le cadre d'une utilisation avec une source ponctuelle.

Les rayons issus de la source S arrivent sur une lame semi-réfléchissante, appelée *séparatrice* sous une incidence voisine de 45° , la lame est conçue pour qu'une moitié de l'énergie se réfléchisse vers un premier miroir et que l'autre traverse la lame vers un second miroir. Les rayons arrivent sur les miroirs sous incidence quasi-nulle et repartent vers la séparatrice où une partie de l'énergie est renvoyée vers la source et n'est pas utilisée et l'autre donnent des rayons susceptibles d'interférer. (voir figure ci-dessous)



Considérons sur la figure ci-dessous à gauche, un rayon $SIJKM$; si S' est le symétrique de S par rapport à la séparatrice, tout se passe comme si un rayon issu de S' se réfléchissait en J sur le miroir. Au milieu, considérons $SIJKM$ et traçons, en plus de S' , le symétrique du miroir par rapport à la séparatrice, et J' le symétrique de J ; tout se passe cette fois comme si un rayon issu de S' se réfléchissait en J' sur le symétrique du miroir. Il est donc d'usage de ne dessiner que cette première *réduction* de l'interféromètre, à savoir S' , un miroir et le symétrique de l'autre. Dans la pratique ces deux miroirs sont presque confondus en position et en orientation ; s'ils sont parallèles, on dit qu'on a affaire à une *lame d'air*, sinon à un *coin d'air* (figures à droite).



Enfin, dans les deux cas, tout se passe comme si l'on avait deux sources synchrones : les images S_1 et S_2 , presque confondues, de S' dans les deux

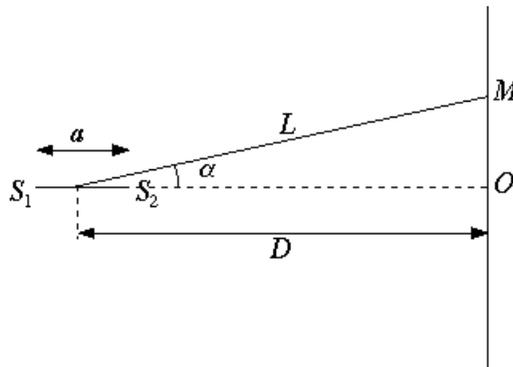
miroirs de la réduction. Bien sûr, on ne verra d'interférences que dans le cône de sommet S_1 s'appuyant sur le miroir ; cette zone s'appelle le *champ d'interférences*, c'est un volume et on dit que les franges sont *non localisées*. On verra en TP-cours qu'avec une source large, le champ d'interférences se réduit à une surface et que les franges sont alors localisées.

Un ensemble de points de même intensité lumineuse correspond à la même différence de marche, c'est à dire une même différence entre les distances aux points S_1 et S_2 . Il s'agit donc d'hyperboloïdes de révolution, de foyers S_1 et S_2 . Leur trace sur un écran plan est une conique, ellipse ou hyperbole. Si l'écran est orthogonal à la droite S_1S_2 , on aura, par symétrie, des cercles et si l'écran est parallèle à S_1S_2 , on a affaire à des hyperboles, mais, en général, on n'en perçoit pas la courbure et elles ressemblent à des droites.

VI-4.b Etude des franges circulaires ou anneaux

Montrons comment on peut calculer la différence de marche en tout point d'un écran placé orthogonalement à la droite S_1S_2 , à une distance D de ces points, distants entre eux de a (avec $D \gg a$) ; on appelle O l'intersection de S_1S_2 avec le plan et r la distance d'un point M du plan à O . Il est d'ores et déjà clair que la symétrie de révolution entraîne que les franges sont des cercles concentriques.

C'est ce qu'on obtient (voir la figure précédente) avec une lame d'air et en plaçant un écran parallèle aux miroirs de la réduction, donc orthogonal à S_1S_2 .



$$\text{On a } \Delta_M = \|\overrightarrow{S_1M}\| - \|\overrightarrow{S_2M}\|.$$

En appliquant deux fois une formule classique dans un triangle :

$$\Delta_M = \sqrt{L^2 + aL \cos \alpha + a^2/4} - \sqrt{L^2 - aL \cos \alpha + a^2/4}$$

En se limitant au premier ordre :

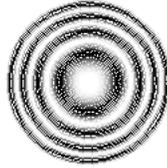
$$\Delta_M \approx L \sqrt{1 + a \cos \alpha / L} - L \sqrt{1 - a \cos \alpha / L} = \dots = a \cos \alpha$$

$$\Delta_M \approx a \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}}$$

Un développement limité vis-à-vis de r conduit rapidement à :

$$\Delta_M \approx a \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{D^2} \right)$$

La valeur de a est arbitraire et dépend du réglage de l'appareil. Supposons pour fixer les idées qu'on ait $a = p\lambda$ avec p entier et donc $\Delta(r) = p\lambda(1 - r^2/2D^2)$. Alors l'intensité est maximale au point O où Δ est égal à a . Le rayon r_1 du cercle correspond au maximum d'intensité le plus proche correspond à $\Delta = (p-1)\lambda$ d'où $p\lambda(1 - r_1^2/2D^2) = (p-1)\lambda$ et finalement $r_1 = D\sqrt{2/p} = D\sqrt{2\lambda/a}$. De même le k ème cercle d'intensité maximale correspond à $\Delta = (p-k)\lambda$ et le même type de calcul conduit à $r_k = D\sqrt{2k/p} = D\sqrt{2k\lambda/a} = r_1\sqrt{k}$, ce qui correspond à la figure ci-dessous.



VI-4.c Défilement des franges

Reprenons cette étude d'un autre point de vue : le rayon ρ_ℓ correspondant à l'ordre ℓ , c'est à dire à $\Delta = \ell\lambda$ est tel que $a(1 - \rho_\ell^2/2D^2) = \ell\lambda$ soit $\rho_\ell = D\sqrt{2(1 - \ell\lambda/a)}$, ce qui suppose $\ell < a/\lambda$. Si l'on déplace l'un des miroirs, donc l'une des sources, a varie et donc ρ_ℓ , on dit que les franges défilent ; par exemple si a diminue, le rayon des franges diminue et la frange d'ordre ℓ finit par disparaître quand a/λ devient inférieur à ℓ .

VI-4.d Longueur de cohérence

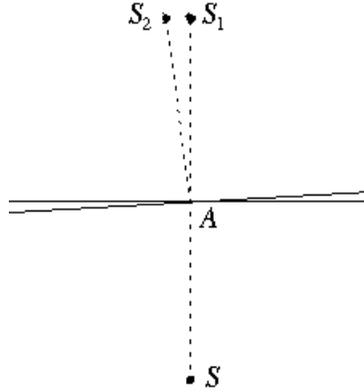
La différence des temps mis par les rayons pour parvenir des sources S_1 et S_2 au point M est $\|\vec{S_1M}\|/c - \|\vec{S_2M}\|/c = \Delta_M/c$. S'il s'avère que cette différence est plus grande que la durée τ d'un train d'onde, on perd la corrélation de phase entre les rayons donc la cohérence. Il n'y a alors plus d'interférences possibles. Un critère supplémentaire pour l'observation de franges est donc Δ soit inférieur à $c\tau$. On appelle cette grandeur *longueur de cohérence*. Avec τ de l'ordre de 10^{-11} s pour une lampe spectrale, elle est de l'ordre du millimètre. En pratique donc, pas d'interférences tant que les miroirs sont séparés de plus de quelques millimètres. Avec une lampe à incandescence, c'est encore moins, avec un laser, bien plus.

Retenons qu'en plus de la cohérence classique dite cohérence *temporelle* (source unique), il faut placer l'écran là où la différence de marche n'est pas trop grande ; on parle de nécessité d'une cohérence *spatiale*.

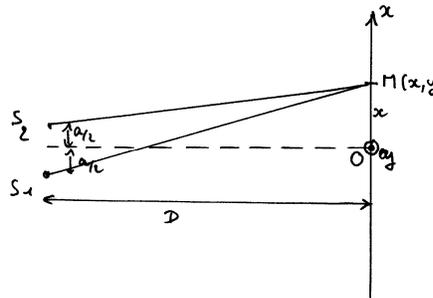
VI-4.e Franges rectilignes

Pour obtenir ce type d'interférences, le plus simple est de se placer en coin d'air d'un petit angle α ; la distance angulaire, vue de O entre les sources

secondaires est alors 2α , c'est suffisamment petit pour qu'on dise que S_1S_2 est parallèle au (et même aux) miroir(s). Il suffit alors de placer l'écran parallèlement aux miroirs et le tour est joué !



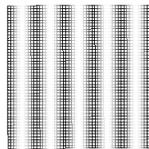
L'écran est donc placé comme sur la figure ci-dessous qui définit les notations ; Oy est perpendiculaire au plan de figure.



Cette fois $\Delta = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2 + y^2} - \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2 + y^2}$, on factorise D et on effectue un développement limité qui conduit à $\Delta = a x / D \forall y$ et une intensité :

$$I(x, y) \propto 1 + \cos\left(2\pi \frac{a x}{\lambda D}\right)$$

ce qui correspond à la figure ci-dessous :



La périodicité vis-à-vis de x s'appelle l'interfrange et vaut donc $i = \lambda D / a$. Pour D de l'ordre du mètre, a du millimètre et λ du micromètre, i est de l'ordre du millimètre.

VI-5 Deux exemples de lumière non monochromatique

VI-5.a Le doublet du sodium

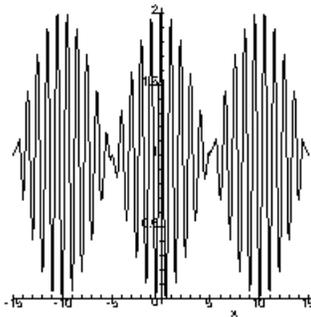
On ne précise pas ici le dispositif qui conduit en tout point M à une différence de marche Δ . La source est une lampe au sodium qui émet deux radiations jaunes de même puissance, de longueurs d'onde très voisines λ_1 et λ_2 (typiquement $(\lambda_2 - \lambda_1)/\lambda_1$ est proche de 10^{-3}). On introduira les nombres d'onde $\sigma_1 = 1/\lambda_1$ et $\sigma_2 = 1/\lambda_2$. On a vu qu'avec des pulsations différentes, il y a additivité des intensités ; on additionne donc les intensités des phénomènes d'interférences que donnerait seule chacune des radiations et donc à une constante multiplicative près :

$$I(\Delta) \propto (1 + \cos(2\pi\sigma_1\Delta)) + (1 + \cos(2\pi\sigma_2\Delta))$$

on transforme la somme de cosinus en produit et l'on pose $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2 \approx \sigma_1 \approx \sigma_2$ et $\Delta\sigma = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 \ll \sigma_m$, donc, en escamotant un facteur 2 :

$$I(\Delta) \propto 1 + \cos(2\pi\Delta\sigma\Delta) \cos(2\pi\sigma_m\Delta)$$

Formellement un figure d'interférences correspondant à σ_m modulé par le facteur en $\Delta\sigma$, la courbe est la suivante (pour plus de lisibilité, on a augmenté considérablement le rapport $\Delta\sigma/\sigma_m$).



VI-5.b Profil spectral rectangulaire

Soit cette fois une source idéalisée émettant avec une égale puissance toutes les radiations de nombres d'onde compris entre σ_1 et σ_2 . (Ce profil est bien sûr irréaliste, un profil plus correct serait une puissance nulle avant σ_1 , croissant continûment jusqu'au milieu puis redécroissant pour s'annuler en σ_2 et au delà ; mais les calculs seraient alors bien plus ardues.)

La seule différence avec le doublet, c'est qu'il faut ici faire une somme continue, c'est à dire une intégrale, donc :

$$I(\Delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} (1 + \cos(2\pi\sigma\Delta)) d\sigma$$

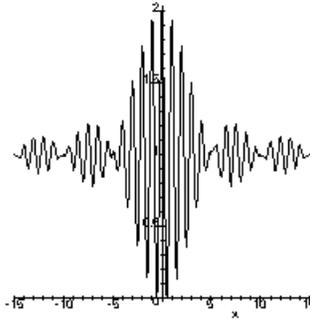
$$I(\Delta) = \left[\sigma + \frac{\sin(2\pi\sigma\Delta)}{2\pi\Delta} \right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}$$

$$I(\Delta) = \left[(\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{(\sin(2\pi\sigma_2\Delta) - \sin(2\pi\sigma_1\Delta))}{2\pi\Delta} \right]$$

soit avec les mêmes notations que pour le doublet :

$$I(\Delta) = 2\Delta\sigma + \frac{\sin(2\pi\Delta\sigma\Delta) \cos(2\pi\sigma_m\Delta)}{\pi\Delta} = 2\Delta\sigma [1 + \text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta) \cos(2\pi\sigma_m\Delta)]$$

où l'on retrouve la fonction sinus cardinal. La courbe est la suivante :



On peut y définir un contraste local entre un maximum et un minimum successifs, obtenus pour deux valeurs très proches de Δ et confondues dans le calcul qui suit. $I_{max} \propto 1 + |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$ et $I_{min} \propto 1 - |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$ conduisent à $\gamma = |\text{snc}(2\pi\Delta\sigma\Delta)|$, qui devient négligeable quand Δ dépasse disons $2/\Delta\sigma$.

Remarque 1 : On n'oublie pas de mettre le sinus cardinal en valeur absolue car il peut être négatif, ce qui inverse les valeurs du cosinus pour lesquels l'intensité est maximale et minimale.

Remarque 2 : Avec un profil plus réaliste, on n'observerait pas les «rebonds» du sinus cardinal qui ne sont que des «artefacts» de notre modélisation et le contraste décroîtrait de façon monotone en s'éloignant de l'ordre d'interférences nul.

Remarque 3 : La transformée de FOURIER nous apprend qu'un train d'onde de durée τ à un spectre de largeur inversement proportionnelle à τ , c'est en fait ce qui a été modélisé ici avec $1/\Delta\sigma$ proportionnel à τ . L'abaissement du contraste quand Δ augmente provient du fait qu'on se rapproche de la longueur de cohérence $c\tau$ définie plus haut. Tout cela concorde bien.